Sportinformatik

WS 2019/2020 Übung 12

Abgabetermin: Mittwoch, 29. Januar 2020, 8 Uhr

Aufgabe 1: Thurstone-Mosteller 2 — 14 Punkte

Berechnen Sie das Ranking für die Bundesligasaison 2018/2019 nach dem Ansatz von Thurstone und Mosteller auf zwei verschiedene Arten.

1. Lösen Sie das LGS aus Aufgabe 2, Übungsblatt 11. — 6 Punkte
2. Integrieren Sie das System partieller Differenzialgleichungen — 8 Punkte
   (Vorlesung vom 15.1.: $\frac{\partial L}{\partial v_k}(v, \mu) = 0, k = 1, \ldots, n, \frac{\partial L}{\partial \mu}(v, \mu) = 0$)
   mit dem Euler-Verfahren. Als Anfangswert kann z.B. wieder der Vektor $(1, \ldots, 1)$ verwendet werden.

Aufgabe 2: A maximum likelihood estimate — 6 Punkte

James P. Keener beschreibt in "The Perron-Frobenius Theorem and the Ranking of Football Teams" in Kapitel 5 "A maximum likelihood estimate" eine weitere Möglichkeit ein Ranking zu bestimmen. Implementieren Sie das dort beschriebene Rankingverfahren (5.9) mit der in Gleichung (5.14) beschriebenen Matrixbelegung.

Aufgabe 3: Oxygen Uptake Kinetics — 7 Punkte

Die Sauerstoffaufnahme ($\dot{V}O_2$) ist ein wichtiger Indikator für die (Ausdauer-)Leistungsfähigkeit eines Sportlers. In der Datei 'VO2Data.mat' finden Sie Daten zur Sauerstoffaufnahme, die auf einem Ergometer gemessen wurden. Die entsprechenden Leistungswerte sind ebenfalls in der Datei enthalten.

1. Erzeugen Sie einen Plot mit einer Y-Achse für die Leistung und einer weiteren Y-Achse für die $\dot{V}O_2$ Werte. Legende nicht vergessen. — 0 Punkte
2. Da die Leistung annähernd konstant ist, kann die Sauerstoffaufnahme mit Exponentialfunktionen modelliert werden

$$\begin{aligned}\dot{V}O_2(t) &= \dot{V}O_{2\text{base}} + \sum_{k=1}^{N} x_k(t) \\ &= \dot{V}O_{2\text{base}} + \sum_{k=1}^{N} H(t-T_k)\cdot A_k\left(1-\exp\left(-\frac{t-T_k}{\tau_k}\right)\right)\end{aligned}$$

   wobei $H(x)$ die Heaviside-Funktion ist.
   Berechnen Sie $\dot{V}O_2$ einmal mit $N=1$ und einmal mit $N=2$. Die Parameter für $N=1$ finden Sie in '`OneExpModel.mat`', die Parameter für $N=2$ in 'TwoExpModel.mat'. Fügen Sie Ihre Ergebnisse ihrem Plot aus 1. hinzu. — 0 Punkte
3. Da $A\left(1-\exp\left(-\frac{t-T}{\tau}\right)\right)$ die Lösung der linearen gewöhnlichen Differenzialgleichung $\dot{x} = \tau^{-1}(A-x), x(T)=0$ ist, kann die Sauerstoffaufnahme auch berechnet werden, indem die folgenden Differenzialgleichungen gelöst werden — 7 Punkte

$$\dot{x}_k = \tau_k^{-1}(A_k - x_k), x_k(T_k) = 0, k = 1, 2$$

   wobei $x(t)=0$ für $t<T_k$. Die Sauerstoffaufnahme ergibt sich dann bei zwei Komponenten ($k=1,2$) durch

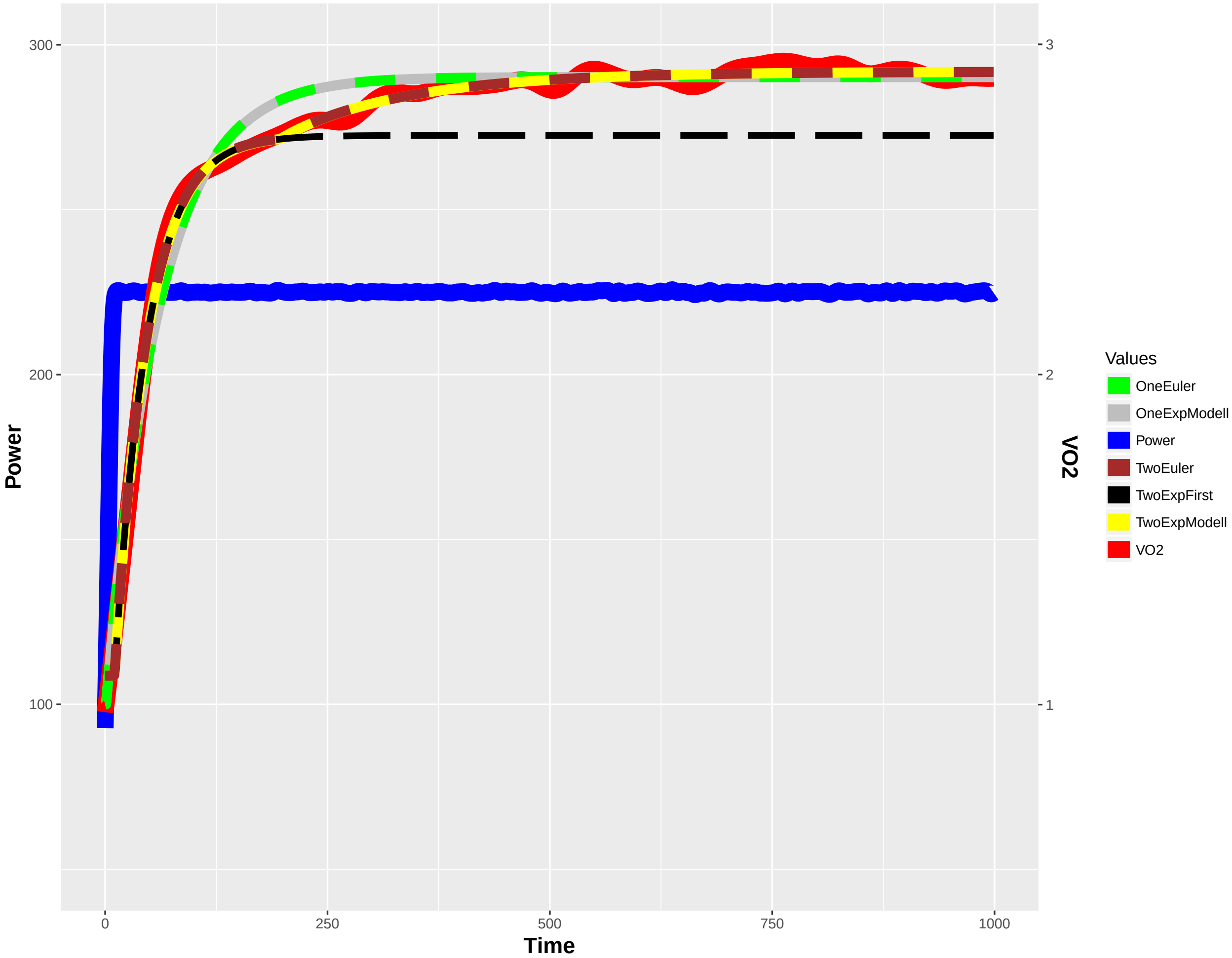
$$\dot{V}O_2(t) = \dot{V}O_{2\text{base}} + x_1(t) + x_2(t)$$

   bzw. bei einer Komponente ($k=1$) durch

$$\dot{V}O_2(t) = \dot{V}O_{2\text{base}} + x_1(t)$$

   .

   Berechnen Sie die Sauerstoffaufnahme mit einer und mit zwei Komponenten indem Sie die Differentialgleichungen mit dem expliziten Euler-Verfahren lösen. Verwenden Sie diesselben Parameter wie in 2. Fügen Sie Ihre Ergebnisse ihrem Plot aus 1. hinzu.



Quelle: Artiga Gonzalez, A., Bertschinger, R., Brosda, F., Dahmen, T., Thumm, P., Saupe, D., Kinetic analysis of oxygen dynamics under a variable work rate, Human Movement Science (HMS), Vol. 66, pp. 645-658, August 2019, Elsevier Science

---

Gesamtpunktzahl: **27 Punkte**